Inspectoratul Şcolar al Judeţului Galaţi

Societatea de Ştiinţe Matematice din România
Filiala Galaţi

Colegiul Naţional „Vasile Alecsandri”
str. Nicolae Bălcescu, nr. 41, Galaţi

Concursul Interjudeţean de Matematică „Cristian S. Calude”
ediţia a XVI-a
Galaţi, 31 octombrie 2015

Clasa a IX-a

Problema 1..

a) Să se determine numerele reale x cu proprietatea că $\left[4\cdot x\right]$, $2\cdot\left[x\right]+\left[2\cdot x\right]$, $4\cdot\left[x\right]$ sunt numere întregi consecutive, unde s-a notat $\left[x\right]$ partea întreagă a numărului real x.

b) Să se determine numerele reale $x_k\in\left[0;k^2\right]$, $k\in\{1,2,...,2015\}$ care verifică egalitatea $\sqrt{x_1\cdot\left(1-\frac{x_1}{1^2}\right)}+\sqrt{x_2\cdot\left(1-\frac{x_2}{2^2}\right)}+...+\sqrt{x_{2015}\cdot\left(1-\frac{x_{2015}}{2015^2}\right)}=2015\cdot 504$.

Problema 2..

a) Să se determine $k\in\mathbb{Z}$ ştiind că egalitatea $\left[2\cdot k\cdot x\right]=\left[2\cdot k\cdot x-x+\frac{1}{2}\right]$ este adevărată pentru orice număr real $x\in\left[0;1\right)$.

b) Se consideră numerele reale $a,b\in\left[0;1\right]$. Să se demonstreze că $\frac{1}{1+a+b}\le 1-\frac{a+b}{2}+\frac{a\cdot b}{3}$.

Problema 3

Se consideră trapezul isoscel $ABCD$, $AB\|CD$, $AB>CD$, cu diagonalele $\left[AC\right]$, $\left[BD\right]$ perpendiculare, iar $\{O\}=AC\cap BD$. Paralela dusă prin O la AB intersectează latura $\left[AD\right]$ în M, iar perpendiculara dusă pe AD prin punctul M intersectează latura $\left[BC\right]$ în N.
Să se demonstreze că $\left[AD\right]\equiv\left[MN\right]$

Notă. Toate subiectele sunt obligatorii.
Pentru fiecare subiect se acordă maximum 7 puncte.
Nu se acordă nici un punct din oficiu. Fiecare teză va fi evaluată cu un punctaj de la 0 la 21 puncte.
Timp de lucru : 2 ore şi 30 minute.